Épreuve 2018
Mathématiques & Physique
(concours ENAC GSEA/TSEEAC)

Solutions proposés par : Francis Brunel*

Préambule

Ce document propose le corrigé de l'épreuve de Mathématiques & Physique du concours GSEA/TSEEAC 2018. La correction est proposée dans le détail et chacun pourra, je l'espère, y trouver ce qu'il cherche pour optimiser sa préparation.

Précisons que le contenu de ce fichier est le résultat de mon travail uniquement. Ainsi, il est important de noter que ce document n'engage en rien l'ENAC.

Afin d'améliorer cet outil, je serai très reconnaissant de bénéficier de vos remarques et suggestions. Vous pouvez me les transmettre à l'adresse suivante :

contact@annales-enac.fr

*Auteur de l'ouvrage : Annales corrigées du concours GSEA/TSEEAC.

Corrigé 2018

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
C	E	A	E	BD	A	B	D	C	AC	C	BC	D	C	BD

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	B	C	D	B	B	D	E	A	C	A	B	D	A	D

Question 1 : C
Soit Y la variable aléatoire modélisant l'âge des premiers mots d'un enfant. Y suit la loi normale $N(\mu;\sigma^2)$ avec $\mu = 11,5$ et $\sigma = 4$. Alors, $\dfrac{Y-\mu}{\sigma}$ suit la loi normale centrée réduite. Autrement dit, on peut poser :

$$\frac{Y-\mu}{\sigma} = X \Leftrightarrow Y = \mu + \sigma X \quad \text{(où } X \text{ suit la loi normale centrée réduite)}$$

La probabilité p_1 qu'un enfant de cette population ait prononcé ses premiers mots avant ses 9 mois et demi vaut ainsi :

$$\begin{aligned}
p_1 = P(Y \leqslant 9,5) &= P(\mu + \sigma X \leqslant 9,5) \\
&= P\left(X \leqslant \frac{9,5-\mu}{\sigma}\right) \\
&= P\left(X \leqslant \frac{9,5-11,5}{4}\right) \\
&= P\left(X \leqslant -\frac{1}{2}\right) \\
&= P\left(X \geqslant \frac{1}{2}\right) \quad \text{(par symétrie de la loi normale centrée réduite)} \\
&= 1 - P\left(X < \frac{1}{2}\right) \\
&\simeq 1 - 0,691 \\
&\simeq 0,309
\end{aligned}$$

Question 2 : E
La probabilité p_2 qu'un enfant de cette population ait prononcé ses premier mots au cours du 12ème mois vaut :

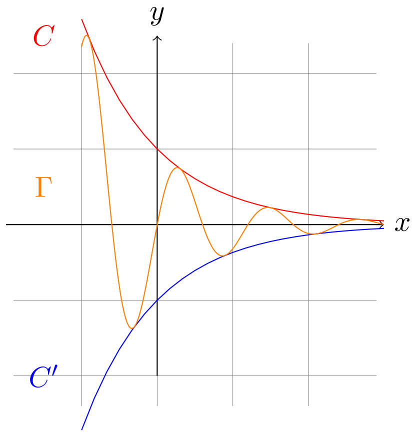
$$\begin{aligned}
p_2 &= P(11 \leqslant Y \leqslant 12) \\
&= P\left(\frac{11-11,5}{4} \leqslant X \leqslant \frac{12-11,5}{4}\right) \\
&= P\left(-\frac{1}{8} \leqslant X \leqslant \frac{1}{8}\right) \\
&= 2 \times P\left(X \leqslant \frac{1}{8}\right) - 1 \\
&\simeq 2 \times 0,55 - 1 = 0,1
\end{aligned}$$

Question 3 : A
La probabilité p_3 qu'un enfant ait prononcé ses premiers mots après l'age de 19 mois et demi vaut :

$$p_3 = P(Y \geqslant 19,5)$$

$$= 1 - P(Y < 19,5)$$
$$= 1 - P\left(X < \frac{19,5 - 11,5}{4}\right)$$
$$= 1 - P(X < 2)$$
$$\simeq 1 - 0,977$$
$$\simeq 0,023$$

Question 4 : E
En dessinant l'allure générale des courbes représentatives des fonctions, on obtient le graphique suivant :



Ainsi, Γ oscille entre C et C', et non autour de l'une ou de l'autre.
Question 5 : B et D
Soit $x \in [0; 2\pi]$:

$$f'(x) = -e^{-x}\sin(x) + e^{-x}\cos(x) = e^{-x}(\cos(x) - \sin(x))$$

Mais, $\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2$:

$$\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

Ainsi :

$$f'(x) = e^{-x}(\cos(x) - \sin(x))$$
$$= e^{-x}\left(\cos(x)\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \sin(x)\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$$
$$= \sqrt{2}e^{-x}\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

Question 6 : A
Soit $x \in [0; 2\pi]$:

$$e^{-x} = e^{-x}\sin(x)$$
$$\Leftrightarrow \sin(x) = 1 \quad (\text{car } e^{-x} \neq 0)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2}$$

Question 7 : B
La tangente à Γ en ce point de contact d'abscisse $x = \frac{\pi}{2}$ est de la forme :

$$\{y : x \mapsto ax + b,\ (a; b) \in \mathbb{R}^2\}$$

Avec :

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = y'\left(\frac{\pi}{2}\right)$$
$$\Leftrightarrow e^{-\frac{\pi}{2}}\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) = a$$
$$\Leftrightarrow a = -e^{-\frac{\pi}{2}}$$

Et :

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = y\left(\frac{\pi}{2}\right)$$
$$\Leftrightarrow e^{-\frac{\pi}{2}}\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = a \times \frac{\pi}{2} + b$$
$$\Leftrightarrow b = e^{-\frac{\pi}{2}} - \left(-e^{-\frac{\pi}{2}} \times \frac{\pi}{2}\right) = \left(1 + \frac{\pi}{2}\right)e^{-\frac{\pi}{2}}$$

Conclusion, la tangente à Γ en ce point de contact est :

$$\left\{y : x \mapsto -e^{-\frac{\pi}{2}}x + \left(1 + \frac{\pi}{2}\right)e^{-\frac{\pi}{2}}\right\}$$

Question 8 : D

On remarque tout d'abord que les droites D_1 et D_2 ne sont pas parallèles car les coordonnées des vecteurs directeur ($(1; 3; 0)$ pour D_1 et $(2; 1; -1)$ pour D_2) ne sont pas proportionnelles. Donc les vecteurs directeurs ne sont pas colinéaires.

Cherchons alors si les droites sont sécantes. Soit $M = (x; y; z) \in D_1 \cap D_2$. Autrement dit, il existe $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$ tels que :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 3 + a & = & 0,5 + 2b \\ 9 + 3a & = & 4 + b \\ 2 & = & 4 - b \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{rcl} a & = & -2,5 + 2b \\ a & = & \dfrac{b - 5}{3} \\ b & = & 2 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{rcl} a & = & 1,5 \\ a & = & -1 \\ b & = & 2 \end{array}\right.$$

C'est impossible. Donc les droites D_1 et D_2 ne sont pas sécantes.

On détermine enfin si elles sont coplanaires. Supposons qu'elles le soient. Alors elles seraient soit parallèles, soit sécantes. Or, on vient de constater qu'elles ne sont ni l'un ni l'autre. Conclusion, les droites ne sont pas coplanaires.

Question 9 : C

Soit $M_1 = (x_1; y_1; z_1)$ un point de D_1, $M_2 = (x_2; y_2; z_2)$ un point de D_2. L'équation paramétrique de la droite (R) passant par M_1 et M_2 est donc :

$$\left\{\begin{array}{rcl} x & = & (x_2 - x_1)t + x_1 \\ y & = & (y_2 - y_1)t + y_1 \\ z & = & (z_2 - z_1)t + z_1 \end{array}\right. ,t \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{rcl} x & = & [0,5 + 2b - (3 + a)]t + 3 + a \\ y & = & [4 + b - (9 + 3a)]t + 9 + 3a \\ z & = & [4 - b - 2]t + 2 \end{array}\right. ,t \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{rcl} x & = & (-2,5 + 2b - a)t + 3 + a \\ y & = & (-5 + b - 3a)t + 9 + 3a \\ z & = & (2 - b)t + 2 \end{array}\right. ,t \in \mathbb{R}$$

On a alors :

$$S \in (R)$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 &= (-2,5+2b-a)t+3+a \\ 4 &= (-5+b-3a)t+9+3a \\ 0,1 &= (2-b)t+2 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 &= (-2,5+2b-a)t+3+a \quad (1) \\ 4 &= (-5+b-3a)t+9+3a \quad (2) \\ t &= -\dfrac{1,9}{2-b} \quad (3) \end{cases}$$

D'où :

$$\begin{aligned} (2)-3(1) \Rightarrow 4-3\times 3 &= (-5-b-3a-3(-2,5+2b-a))t+9+3a-3(3+a) \\ \Rightarrow 4-9 &= (-5+b+7,5-6b)\times\left(-\frac{1,9}{2-b}\right) \\ \Rightarrow (2-b)\times(-5) &= (2,5-5b)\times(-1,9) \\ \Rightarrow -10+5b &= -2,5\times 1,9+9,5b \\ \Rightarrow 4,5b &= -10+4,75 \\ \Rightarrow b &= -\frac{5,25}{4,5} = -\frac{21}{4}\times\frac{2}{9} = -\frac{21}{18} = -\frac{7}{6} \end{aligned}$$

Alors :

$$(3) \Rightarrow t = -\frac{1,9}{2-b} = -\frac{1,9}{2+\dfrac{7}{6}} = -\frac{19}{10}\times\frac{6}{19} = -\frac{6}{10} = -0,6$$

Enfin :

$$\begin{aligned} (1) \Rightarrow 3 &= \left(-2,5-2\times\frac{7}{6}-a\right)\times\left(-\frac{6}{10}\right)+3+a \\ \Rightarrow 0 &= \left(\frac{-15-14}{6}-a\right)\times\left(-\frac{6}{10}\right)+a \\ \Rightarrow a\left(\frac{6}{10}+1\right) &= -\frac{6}{10}\times\frac{29}{6} \\ \Rightarrow a\frac{16}{10} &= -\frac{29}{10} \\ \Rightarrow a &= -\frac{29}{16} \end{aligned}$$

Réciproquement on vérifie que le triplet (a,b,t) déterminé permet d'atteindre le point S à partir de l'équation de (R). Ce qui est le cas.
Conclusion, $S \in (R)$. De plus, il est évident que $S \notin D_1$. Enfin supposons $S \in D_2$. Alors :

$$\begin{cases} 3 &= 0,5+2b \\ 4 &= 4+b \\ 0,1 &= 4-b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 &= 0,5+2b \\ b &= 0 \\ 0,1 &= 4-b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 &= 0,5+2b \\ b &= 0 \\ 0,1 &= 4 \end{cases}$$

Absurde. Ainsi, $S \notin D_2$.
Question 10 : A et C
On constate tout d'abord que P_1 et P_2 ne sont pas confondus, car les droites D_1 et D_2 ne sont pas coplanaires. De plus, les plans ne sont pas disjoints car $S \in P_1 \cap P_2$.
Conclusion, les deux plans se coupent en une unique droite.
Par ailleurs, $(R) \in P_1$, car elle coupe D_1 en un point, et elle passe par S selon le résultat de la question précédente. De la même façon, $(R) \in P_2$.
Ainsi, $(R) \in P_1 \cap P_2$.
Or, on viens de le constater plus haut, $P_1 \cap P_2$ est une unique droite. Il s'agit donc de (R).
Conclusion : $(R) = \Delta$.
Ainsi, $\Delta = (R)$ coupe bien D_1 et D_2, par définition de (R).
Question 11 : C
Voir réponse à la question précédente
Question 12 : B et C
Soit S_i l'évènement «succés à l'épreuve de Bernouilli numéro i» et E_i l'évènement «échec à l'épreuve de Bernouilli numéro i». Soit $n \in \mathbb{N}$. Soit k entier tel que $1 \leqslant k \leqslant n$.
On a alors :

$$P(X=0) = P\left(E_1 \cap E_2 \cap ... \cap E_n\right)$$

Les épreuves étant indépendantes :

$$P(X=0) = P(E_1) \times P(E_2) \times ... \times P(E_n) = (1-p)(1-p)...(1-p) = (1-p)^n$$

De même :

$$\begin{aligned} P(X=k) &= P\left(E_1 \cap E_2 \cap ... \cap E_{k-1} \cap S_k\right) \\ &= P(E_1) \times P(E_2) \times ... \times P(E_{k-1}) \times P(S_k) \\ &= (1-p)(1-p)...(1-p)p \\ &= p(1-p)^{k-1} \end{aligned}$$

Question 13 : D
Par définition, pour une variable aléatoire discrète X :

$$E(X) = \sum_{k=0}^{n} x_k p_k$$

Appliqué à notre cas :

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{k=0}^{n} kP(X=k) \\ &= \sum_{k=0}^{n} kp(1-p)^{k-1} \\ &= p + 2p(1-p) + 3p(1-p)^2 + ... + np(1-p)^{n-1} \\ &= p\left(1 + 2(1-p) + 3(1-p)^2 + ... + n(1-p)^{n-1}\right) \end{aligned}$$

Question 14 : C
Soit $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = \sum_{k=1}^{n} kx^{k-1}$$

D'où :

$$f'(1-p) = \sum_{k=1}^{n} k(1-p)^{k-1} = 1 + 2(1-p) + 3(1-p)^2 + ... + n(1-p)^{n-1}$$

Ainsi :

$$pf'(1-p) = p\left(1 + 2(1-p) + 3(1-p)^2 + ... + n(1-p)^{n-1}\right) = E(X)$$

Question 15 : B et D
Soit $x \in \mathbb{R}, x \neq 1$:

$$\begin{aligned}
(1-x)f(x) &= (1-x)\sum_{k=1}^{n} x^k \\
&= \sum_{k=1}^{n} x^k - \sum_{k=1}^{n} x^{k+1} \\
&= \sum_{k=1}^{n} x^k - \sum_{k=2}^{n+1} x^k \\
&= x - x^{n+1}
\end{aligned}$$

D'où :

$$f(x) = \frac{x - x^{n+1}}{1-x}$$

Alors :

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \frac{\left(1-(n+1)x^n\right)(1-x) - (x - x^{n+1})(-1)}{(1-x)^2} \\
&= \frac{1 - x - (n+1)x^n + (n+1)x^{n+1} + x - x^{n+1}}{(1-x)^2} \\
&= \frac{1 - (n+1)x^n + nx^{n+1}}{(1-x)^2} \\
&= \frac{1 - x^n(1+n-nx)}{(1-x)^2}
\end{aligned}$$

Soit $p \in]0;1[$:

$$\begin{aligned}
E(X) &= pf'(1-p) \\
&= p \times \frac{1-(1-p)^n(1+n-n(1-p))}{(1-(1-p))^2} \\
&= \frac{1-(1-p)^n(1+np)}{p} \\
&= \frac{1}{p} - \frac{1}{p}(1-p)^n - n(1-p)^n
\end{aligned}$$

Question 16 : C
D'après le document P1-1, le clairon a une longueur de tube de 1,475 m. D'après le document P1-2, la longueur d'onde du fondamental «λ_1» pour un tuyau ouvert est telle que :

$$\lambda_1 = 2 \times L$$

Où «λ_1» est la longueur d'onde du fondamental (en m) et «L» la longueur du tuyau ouvert (en m).
Ainsi, appliqué au cas du clairon :

$$\lambda_1 = 2 \times 1,475 = 2,95 \text{ m}$$

On accède alors à la fréquence du fondamental «f_1» du clairon (en Hz) :

$$f_1 = \frac{\text{v}}{\lambda_1} = \frac{340}{2,95}$$

Où «v» est la vitesse du son dans le clairon, c'est à dire dans l'air (en m/s). On pose la division à la main, pour obtenir :

$$f_1 = \frac{340}{2,95} \simeq 115,25 \text{ Hz}$$

Ainsi, les fréquences des cinq notes utilisées pour les sonneries de clairon sont les fréquences multiples de la fréquence du fondamental, c'est à dire les multiples de 115,25 Hz environ. Or, $0,98 \times 116,5 < 115,25 < 1,02 \times 116,5$. Conclusion, les fréquences des cinq notes utilisées pour les sonneries de clairon sont à 2% près des multiples de 116,5 Hz.
Inversement pour déterminer les longueurs d'onde des cinq notes utilisées pour les sonnerie du clairon il faudrait diviser la longueur d'onde «λ_1». Ainsi, les proposition A et B sont à éliminer.
Question 17 : B
Pour rappel, la longueur du clairon est :

$$L = 1,475 \text{ m}$$

On introduit $\lambda = L$. Alors, la fréquence «f» (en Hz)de la note correspondante est :

$$f = \frac{\text{v}}{\lambda}$$

Où «v» est la vitesse du son dans le clairon, c'est à dire dans l'air (en m/s).
D'où :

$$f = \frac{340}{1,475}$$

En posant à la main, on obtient :

$$f \simeq 230,5 \simeq 233,1 \text{ Hz}$$

Par lecture du tableau P1-3, cette fréquence correspond à la fréquence de la note *si* b_2.
Conclusion, la longueur du clairon correspond à la longueur d'onde de la note *si* b_2.
Ici, on constate que la longueur d'onde calculée n'est pas égale au sens strict du terme à la longueur d'onde de la note *si* b_2. Je prend le parti de croire qu'ici, on peut se permettre cette approximation.
Question 18 : C
On a trouvé en répondant à la question 16 que la fréquence du fondamental pour le clairon étudié, valait environ 116,5 Hz. Soit la fréquence de la note *si* b_1. Le clairon peut donc sortir la note *si* b_1.
Question 19 : D
On a déterminé la fréquence du fondamental à 116,5 Hz (à 2% près). Cherchons à quelle harmonique correspond le $fa_4 = 698,5$ Hz. Soit «n», le numéro de l'harmonique du fa_4. On a :

$$n = \frac{f_{fa_4}}{116,5} = \frac{698,5}{116,5} \simeq 6$$

On détermine alors la fréquence des harmoniques suivants :

$$\text{harmonique 7 : } f_7 = 116,5 \times 7 = 815,5 \text{ Hz (aucune note correspondante)}$$

$$\text{harmonique 8 : } f_8 = 116,5 \times 8 = 932 \text{ Hz (correspond au } si \text{ b}_4\text{)}$$

$$\text{harmonique 9 : } f_9 = 116,5 \times 9 = 1048,5 \text{ Hz (correspond au } do_5\text{)}$$

$$\ldots$$

On s'arrête ici car les harmoniques supérieures correspondent à l'octave 5 et donc à aucune des suggestions proposées. Parmi les propositions de l'énoncé, seul le do_5 apparait. La fréquence calculée est bien égale à la fréquence du tableau à 2% près. Conclusion, au dessus de la note fa_4, et avec une incertitude inférieure à 2%, le clairon ne peut sortir qu'une et seule note parmi les notes proposées : do_5.

Question 20 : B

Soit «L_{ut}» la longueur du «clairon en ut» (en m), sachant que la fréquence du do_3 vaut 261,6 Hz. Donc la fréquence du fondamental pour cet instrument vaut 130,8 Hz. Soit «L_{sib}» la longueur du «clairon en si bémol» (en m). Soit «Δ» la différence de longueur entre ces deux clairons, relativement au «clairon en si bémol». Ainsi :

$$\begin{aligned}\Delta &= \frac{L_{sib} - L_{ut}}{L_{sib}} \\ &= \frac{\dfrac{\lambda_{sib}}{2} - \dfrac{\lambda_{ut}}{2}}{\dfrac{\lambda_{sib}}{2}} \\ &= \frac{\dfrac{\text{v}}{2 \times f_{sib}} - \dfrac{\text{v}}{2 \times f_{ut}}}{\dfrac{\text{v}}{2 \times f_{sib}}}\end{aligned}$$

Où «f_{sib}» est la fréquence du fondamental du «clairon en si bémol» (en Hz), «f_{ut}» la fréquence du fondamental du «clairon en ut» (en Hz), et «v» la vitesse du son dans les clairons (en m/s). D'où :

$$\begin{aligned}\Delta &= \frac{\dfrac{1}{233,1} - \dfrac{1}{261,6}}{\dfrac{1}{233,1}} \\ &= \frac{261,6 - 233,1}{261,6} \\ &= \frac{28,5}{261,6} \\ &\simeq 11\%\end{aligned}$$

Conclusion, le «clairon en ut» est environ 11% plus court que le «clairon en si bémol».

Question 21 : B

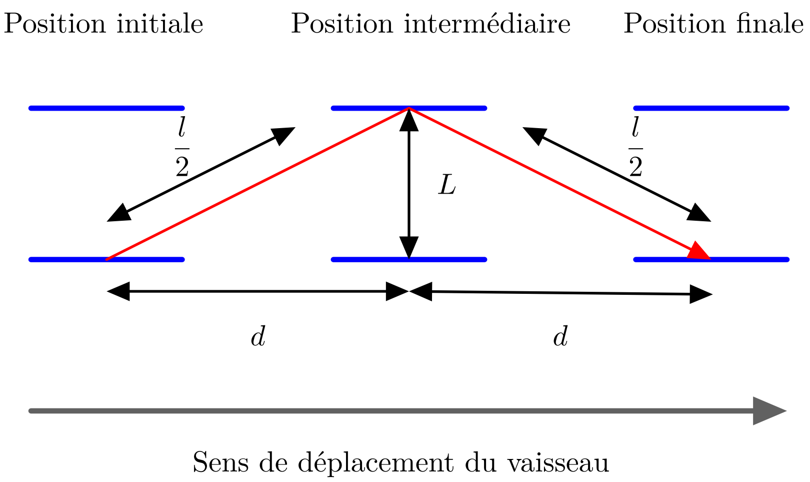
Soit «I_1» l'intensité sonore générée par un clairon à 10 m (en W/m^2). Alors :

$$L_1 = 10 \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 110 \text{ dB}$$

Où «L_1» est le niveau d'intensité sonore (en dB), et «I_0» tel que $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2 le seuil d'audibilité.
Avec deux clairons dans les mêmes conditions, on a :

$$\begin{aligned} L_2 &= 10 \log \left(\frac{2I_1}{I_0} \right) \\ &= 10 \log(2) + 10 \log \left(\frac{I_1}{I_0} \right) \\ &= 10 \log(2) + L_1 \\ &\simeq 3 + 110 \\ &\simeq 113 \text{ dB} \end{aligned}$$

Question 22 : D
Au cours de l'observation, le vaisseau spatial va se déplacer par rapport à O_2. Le miroir étant fixé au vaisseau, va lui aussi se déplacer par rapport à O_2. Un petit schéma pour comprendre, avec la trajectoire du rayon lumineux, les miroirs au différentes positions, et «l» la distance parcourue par le rayon dans le référentiel lié à O_2 :



Alors, en appliquant Pythagore on obtient :

$$\left(\frac{l}{2} \right)^2 = d^2 + L^2$$

Or, «d» est la distance parcourue par le vaisseau pendant la moitié du temps d'observation du phénomène. La moitié, car il s'agit du temps que le rayon fasse l'aller vers le miroir opposé (et non l'aller retour). Ainsi :

$$d = \frac{\mathrm{v}\Delta T'}{2}$$

D'où :

$$\begin{aligned} \left(\frac{l}{2} \right)^2 &= \left(\frac{\mathrm{v}\Delta T'}{2} \right)^2 + L^2 \\ \Rightarrow l^2 &= \mathrm{v}^2 \Delta T'^2 + 4L^2 \\ \Rightarrow l &= \sqrt{4L^2 + \mathrm{v}^2 \Delta T'^2} \end{aligned}$$

Question 23 : E
Le principe de la relativité restreinte indique que «la vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels galiléens». En assimilant l'air du vaisseau au vide, la vitesse du photon dans le référentiel lié à O_2 vaut c.
Question 24 : A
La durée propre correspond à la durée de l'expérience dans le référentiel lié à O_1. Dans ce référentiel où le miroir est immobile, le photon effectue un aller-retour d'une distance $2L$ à la vitesse c. On a donc :

$$\Delta T_0 = \frac{2L}{c}$$

Question 25 : C
Dans le référentiel lié à O_2, on a :

$$l = c\Delta T'$$

Ainsi, à partir de l'égalité déterminée à la question 22 :

$$\begin{aligned} c\Delta T' &= \sqrt{4L^2 + \mathrm{v}^2\Delta T'^2} \\ \Rightarrow c^2\Delta T'^2 &= 4L^2 + \mathrm{v}^2\Delta T'^2 \\ \Rightarrow c^2\Delta T'^2 &= c^2\Delta T_0^2 + \mathrm{v}^2\Delta T'^2 \\ \Rightarrow c^2\Delta T_0^2 &= (c^2 - \mathrm{v}^2)\Delta T'^2 \end{aligned}$$

Question 26 : A
D'après Louis de Broglie, toute particule matérielle animée d'un mouvement possède, comme un photon, un aspect ondulatoire de longueur d'onde donnée par la relation :

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Où «h» est la constante de Planck et «p» la quantité de mouvement de la particule ($p = m\mathrm{v}$).
On a par ailleurs :

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

Car l'onde est assimilée à une onde électromagnétique, se déplaçant à la vitesse c.
D'où, appliqué au vaisseau :

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{m\mathrm{v}} \\ \Rightarrow \frac{c}{\nu} &= \frac{h}{m\mathrm{v}} \\ \Rightarrow \nu &= \frac{m\mathrm{v}c}{h} \end{aligned}$$

Question 27 : B
Le CAN travaille sur 12 bits. Donc le nombre de pas du CAN vaut :

$$2^{12} - 1 = 4\,095$$

Or, le CAN travaille sur la bande entre -8,188 V et 8,192 V. Ainsi le pas de quantification vaut :

$$p = \frac{8,192 - (-8,188)}{4\,095} \simeq \frac{16}{4 \times 10^3} = 4 \times 10^{-3} = 4 \text{ mV}$$

Question 28 : D
Le CAN travaille à une fréquence d'échantillonnage de 50 kHz pendant 4,0 s. Le nombre d'échantillon vaut alors :

$$k = 50\,000 \times 4 = 200\,000$$

Question 29 : A
On a donc 200 000 échantillon de 12 bits. Soit une taille de signal sonore numérisé «m» telle que :

$$\begin{aligned} m &= 200\,000 \times 12 = 2,4 \times 10^6 \text{ bits} \\ &= \frac{2,4 \times 10^6}{8} = 3 \times 10^5 = 300 \text{ ko} \end{aligned}$$

Question 30 : D
Sur un support optique de 700 Mo, on peut ainsi stocker un nombre de signaux sonores numériques «n» tel que :

$$n = \frac{700 \times 10^6}{300 \times 10^3} = \frac{7}{3} \times 10^3 \simeq 2\,300$$