

Épreuve 2014  
**Mathématiques & Physique**  
(concours ENAC GSEA/TSEEAC)

## Préambule

Ce document propose l'énoncé de l'épreuve de Mathématiques & Physique du concours GSEA/TSEEAC 2014.

## Consignes

La durée de l'épreuve est de 3h. La calculatrice est interdite. Le jour de l'épreuve, les réponses sont reportées sur un formulaire où le candidat noirci les cases «A», «B», «C», «D» ou «E». Il est demandé d'utiliser un stylo bille ou une pointe feutre de couleur noire.

Les questions comportent zéro, une ou deux réponses correctes. Dans le cas où le candidat juge qu'aucune des propositions n'est juste, il noircira la case «E» sur le formulaire de réponses.

Attirons l'attention sur le fait que toute réponse fausse peut entrainer pour la question correspondante une pénalité sur la note. À ce sujet, l'ENAC ne communique pas le barème. Il est donc conseillé, sans plus de précision sur le risque, de rester prudent.

# PARTIE MATHÉMATIQUES

## Questions liées :

1 à 7

8 à 11

12 à 15

## NOTATIONS

Les lettres  $\mathbb{R}$  et  $\mathbb{N}$  désignent respectivement les ensembles des réels et des entiers naturels.

La lettre  $e$  désigne la constante de Neper et l'application qui à  $x$  associe  $e^x$  désigne l'exponentielle de base  $e$ .

## PARTIE I

On dispose d'une grille à 3 lignes et 3 colonnes. Une machine  $M_1$  place au hasard un jeton dans une case de la grille, puis une machine  $M_2$  place de même un jeton sur la grille dans une case libre, enfin une troisième machine  $M_3$  place un jeton dans une case libre.

Soient les évènements suivants :

- $H$  : «Les 3 jetons sont alignés horizontalement»,
- $V$  : «Les 3 jetons sont alignés verticalement»,
- $D$  : «Les 3 jetons sont alignés en diagonale»,
- $N$  : «Les 3 jetons ne sont pas alignés».

### Question 1 :

La probabilité de l'évènement  $H$  vaut :

**A** -  $p(H) = \frac{1}{27}$

**B** -  $p(H) = \frac{1}{28}$

La probabilité de l'évènement  $V$  vaut :

**C** -  $p(V) = \frac{1}{27}$

**D** -  $p(V) = \frac{1}{18}$

### Question 2 :

La probabilité de l'évènement  $D$  vaut :

**A** -  $p(D) = \frac{1}{42}$

**B** -  $p(D) = \frac{1}{63}$

La probabilité de l'évènement  $N$  vaut :

**C** -  $p(N) = \frac{56}{63}$

**D** -  $p(N) = \frac{19}{21}$

On considère la variable aléatoire  $X$  définie par :

- $X = 20$  lorsque  $H$  ou  $V$  est réalisé,
- $X = \alpha$  lorsque  $D$  est réalisé,
- $X = -2$  lorsque  $N$  est réalisé.

**Question 3 :**

La valeur de  $\alpha$  pour laquelle l'espérance est nulle est :

- A** -  $\alpha = 14$
- B** -  $\alpha = 15$
- C** -  $\alpha = 16$
- D** -  $\alpha = 17$

On se place dans le cas où la machine  $M_1$  est déréglée : elle place alors le premier jeton dans un des coins de la grille.

Soit  $\Delta$  l'évènement : «la machine  $M_1$  est déréglée».

**Question 4 :**

La probabilité d'avoir un alignement horizontal est :

- A** -  $p_{\Delta}(H) = \frac{1}{28}$
- B** -  $p_{\Delta}(H) = \frac{1}{63}$
- C** -  $p_{\Delta}(H) = \frac{9}{112}$
- D** -  $p_{\Delta}(H) = \frac{3}{84}$

Soit  $A$  l'évènement : «les 3 jetons sont alignés horizontalement ou verticalement ou en diagonale».

**Question 5 :**

On a :

- A** -  $p_{\Delta}(A) = \frac{1}{21}$
- B** -  $p_{\Delta}(A) = \frac{3}{28}$
- C** -  $p_{\Delta}(A) = \frac{3}{112}$
- D** -  $p_{\Delta}(A) = \frac{3}{84}$

Dans toute la suite, on suppose que  $p(\Delta) = \frac{1}{5}$ .

**Question 6 :**

On a :

**A** -  $p_{\Delta}(\overline{A}) = \frac{20}{21}$

**B** -  $p_{\Delta}(\overline{A}) = \frac{19}{105}$

**C** -  $p_{\overline{\Delta}}(\overline{A}) = \frac{19}{21}$

**D** -  $p_{\overline{\Delta}}(\overline{A}) = \frac{76}{105}$

On ne sait pas lorsqu'on joue si la machine  $M_1$  est en état de marche. On joue une partie et on constate que les 3 jetons sont alignés.

**Question 7 :**La probabilité  $p$  pour que la machine soit déréglée est alors de :

**A** -  $p = \frac{41}{420}$

**B** -  $p = \frac{3}{140}$

**C** -  $p = \frac{1}{10}$

**D** -  $p = \frac{9}{41}$

---

**PARTIE II**

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right) e^{\frac{1}{x}} + 1$ .

**Question 8 :****A** - La fonction  $f$  est définie pour  $x \in \mathbb{R}^{+*}$ **B** - La fonction  $f$  est définie pour  $x \in \mathbb{R}^{-*}$ **C** - La fonction  $f$  est définie uniquement pour  $x \in \mathbb{R}^{+*}$ **D** - La fonction  $f$  est définie uniquement pour  $x \in \mathbb{R}^{-*}$ **Question 9 :**Le calcul de la dérivée de  $f$  donne :

**A** -  $f'(x) = -\frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$

**B** -  $f'(x) = -\left(1 + \frac{1}{x}\right) \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$

**C** -  $f'(x) = -\left(2 + \frac{1}{x}\right) \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$

**D** -  $f'(x) = -\left(\frac{2x+1}{x^3}\right) e^{\frac{1}{x}}$

**Question 10 :**

- A** - La fonction  $f$  est croissante sur l'intervalle  $] - \infty; 0[$  et décroissante sur  $]0; +\infty[$   
**B** - La fonction  $f$  est croissante sur l'intervalle  $]1 - e^{-2}; 1[$   
**C** - La fonction  $f$  est décroissante sur l'intervalle  $]0; +\infty[$   
**D** - La fonction  $f$  est décroissante sur l'intervalle  $] - \infty; -1[$

**Question 11 :**

- A** - La fonction  $f$  est positive pour tout  $x \in \mathbb{R}^*$   
**B** - La fonction  $f$  est positive pour  $x \in \left] -\frac{1}{2}; 0 \right[$ , et négative sinon  
**C** - La fonction  $f$  est positive pour  $x \in \mathbb{R}^{-*}$ , et négative pour  $x \in \mathbb{R}^{+*}$   
**D** - La fonction  $f$  est négative pour  $x \in \mathbb{R}^{-*}$ , et positive pour  $x \in \mathbb{R}^{+*}$

**PARTIE III**

Pour tout entier naturel  $n$ , on considère la fonction  $f_n$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f_n(x) = \frac{e^x}{e^{nx}(1+e^x)}$$

On souhaite étudier la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie pour tout entier naturel  $n$  par :

$$u_n = \int_0^1 f_n(x) dx$$

**Question 12 :**

On a :

- A** -  $u_0 = e$   
**B** -  $u_0 = \frac{\ln(1+e)}{2}$   
**C** -  $u_0 = 1 - \ln\left(\frac{1+e}{2}\right)$   
**D** -  $u_0 = \ln(e+1) - \ln(2)$

**Question 13 :**

On montre :

- A** -  $u_0 + u_1 = 1$   
**B** -  $u_0 + u_1 = 1 - \frac{1}{e}$   
**C** -  $u_0 + u_1 = 1 + e$   
**D** -  $u_0 + u_1 = 1 + \frac{1}{e}$

**Question 14 :**

On en déduit :

**A** -  $u_1 = 1 + \ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$

**B** -  $u_1 = 1 - \frac{1}{e} - \ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$

**C** -  $u_1 = 1 + e - \ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$

**D** -  $u_1 = 1 + \frac{1}{e} - \ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$

**Question 15 :**

On pose  $k(x) = f_{n+1}(x) - f_n(x)$ .

- A** - La fonction  $k$  est positive sur  $[0;1]$ , et de ce fait la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est croissante
- B** - La fonction  $k$  est positive sur  $[0;1]$ , et de ce fait la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est décroissante
- C** - La fonction  $k$  est négative sur  $[0;1]$ , et de ce fait la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est décroissante
- D** - La fonction  $k$  est négative sur  $[0;1]$ , et de ce fait la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est croissante

## PARTIE PHYSIQUE

### Questions liées :

- 16 à 18
- 20 et 21
- 22 et 23
- 24 à 26
- 27 à 30

#### Données numériques :

Célérité d'une onde électromagnétique dans le vide :  $3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .

Intensité du champ de pesanteur à la surface de la Terre :  $10 \text{ m.s}^{-2}$ .

#### Question 16 :

Soit une onde électromagnétique se propageant dans le vide, dont la longueur d'onde est de 500 nm. Sa fréquence est comprise entre :

- A -  $10^{-15} \text{ Hz}$  et  $10^{-14} \text{ Hz}$
- B - 100 Hz et 1 000 Hz
- C -  $10^{11} \text{ Hz}$  et  $10^{12} \text{ Hz}$
- D -  $10^{14} \text{ Hz}$  et  $10^{15} \text{ Hz}$

#### Question 17 :

Sa période est comprise entre :

- A -  $10^{-15} \text{ s}$  et  $10^{-14} \text{ s}$
- B -  $10^{-12} \text{ s}$  et  $10^{-11} \text{ s}$
- C -  $10^{-3} \text{ s}$  et  $10^{-2} \text{ s}$
- D -  $10^6 \text{ s}$  et  $10^7 \text{ s}$

#### Question 18 :

Il s'agit :

- A - de rayons X.
- B - d'une onde ultraviolette.
- C - d'une onde lumineuse.
- D - d'une onde infrarouge.

---

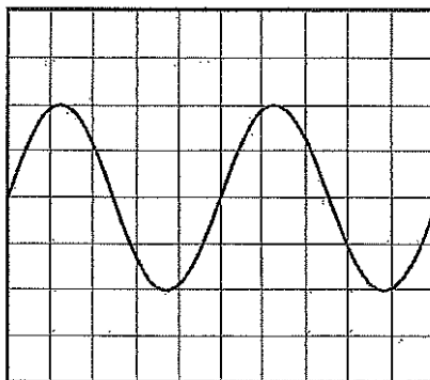
#### Question 19 :

La vitesse de propagation des ondes le long d'une corde est de  $1 \text{ m.s}^{-1}$ . Une onde sur cette corde a une longueur d'onde de 10 cm. Pour l'observer, on utilise un stroboscope. On peut régler ce stroboscope sur :

- A - 300 éclairs par minute.
  - B - 600 éclairs par minute.
  - C - 900 éclairs par minute.
  - D - 1 200 éclairs par minute.
-

**Question 20 :**

On alimente un haut-parleur à l'aide d'un générateur basse fréquence (GBF) afin de créer une onde sonore. Pour visualiser la tension délivrée par ce GBF, on utilise un oscilloscope. Ce dernier est réglé sur les calibres  $500 \mu\text{s}/\text{div}$  et  $5\text{V}/\text{div}$ . L'oscillogramme obtenu est le suivant :



La fréquence de l'onde sonore sera comprise entre :

- A -  $10^{-3}$  Hz et  $2 \times 10^{-3}$  Hz.
- B -  $2 \times 10^{-3}$  Hz et  $3 \times 10^{-3}$  Hz.
- C - 100 Hz et 500 Hz.
- D - 500 Hz et 1 000 Hz.

**Question 21 :**

L'onde sonore obtenue correspondra à :

- A - un infrason.
- B - un son audible trop grave pour pouvoir être joué par une flûte à bec soprano.
- C - un son audible pouvant être joué par une flûte à bec soprano.
- D - un ultrason.

**Question 22 :**

Soit un satellite ayant une trajectoire circulaire de rayon  $r$ .

- A - La direction de son accélération est tangente au cercle de la trajectoire.
- B - Le sens de son accélération est vers le centre du cercle de la trajectoire.

L'intensité de la force qu'il subit de la part de la planète attractrice varie comme :

- C -  $\frac{1}{r}$
- D -  $\frac{1}{r^2}$



**Question 23 :**

Soit  $T$  la période de son mouvement.

- A - Elle ne dépend pas de la masse du satellite.
  - B - Elle ne dépend pas de la masse de la planète attractrice.
  - C - Elle varie comme  $r^{\frac{3}{2}}$ .
  - D - Elle varie comme  $r^{\frac{2}{3}}$ .
- 

**Question 24 :**

Un véhicule de masse 1 tonne roule sur une route horizontale rectiligne avec une vitesse de 54 km.h<sup>-1</sup>. En m.s<sup>-1</sup>, cette vitesse est comprise entre :

- A - 10 m.s<sup>-1</sup> et 17 m.s<sup>-1</sup>.
- B - 17 m.s<sup>-1</sup> et 30 m.s<sup>-1</sup>.
- C - 100 m.s<sup>-1</sup> et 170 m.s<sup>-1</sup>.
- D - 170 m.s<sup>-1</sup> et 300 m.s<sup>-1</sup>.

**Question 25 :**

A cause d'un feu rouge, il freine et s'arrête sur une distance de 50 m. Le travail des forces de freinage est compris entre :

- A - -200 W et -100 W.
- B - -200 J et -100 J.
- C - -200 kW et -100 kW.
- D - -200 kJ et -100 kJ.

**Question 26 :**

Il s'arrête avec une accélération que l'on suppose constante pendant la durée du freinage. Le module de cette accélération est compris entre :

- A - 0,1 m.s<sup>-2</sup> et 1 m.s<sup>-2</sup>.
  - B - 1 m.s<sup>-2</sup> et 10 m.s<sup>-2</sup>.
  - C - 10 m.s<sup>-2</sup> et 100 m.s<sup>-2</sup>.
  - D - 100 m.s<sup>-2</sup> et 1 000 m.s<sup>-2</sup>.
- 

**Question 27 :**

La chaleur délivrée par un radiateur de 1 kW pendant un quart d'heure est comprise entre :

- A - 100 W.h et 200 W.h.
- B - 200 W.h et 300 W.h.
- C - 100 J et 1 kJ.
- D - 100 kJ et 1 MJ.

**Question 28 :**

Ce radiateur est placé dans une pièce de  $10 \text{ m}^2$ . Cette pièce fait elle même partie d'un logement dont la performance énergétique est de  $80 \text{ kW.h}$  par année et par mètre carré. Ce radiateur fonctionne 200 jours par an. La durée pendant laquelle il devra fonctionner chaque jour est en moyenne comprise entre :

- A - une demi-heure et une heure.
- B - une heure et cinq heures.
- C - cinq heures et dix heures.
- D - dix heures et vingt heures.

**Question 29 :**

Ce radiateur est un radiateur à bain d'huile qui contient 5 litres d'huile. Cette huile est initialement à une température de  $40^\circ\text{C}$ . On éteint le radiateur et la température d'huile redescend jusqu'à  $20^\circ\text{C}$ . La capacité thermique de l'huile est de  $2 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  et sa densité est de 0,8. L'énergie thermique transférée est alors comprise entre :

- A - 1 J et  $10^2$  J.
- B -  $10^2$  J et  $10^4$  J.
- C -  $10^4$  J et  $10^6$  J.
- D -  $10^6$  J et  $10^8$  J.

**Question 30 :**

Pour fournir une telle énergie à l'aide d'une centrale hydraulique, la masse d'eau qui devrait chuter d'une hauteur de 100 m devrait être comprise entre :

- A - 3 kg et 10 kg.
- B - 10 kg et 30 kg.
- C - 30 kg et 100 kg.
- D - 100 kg et 300 kg.